

Zadanie 1 (3p)

Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta jeżeli środki jego boków mają współrzędne: $P(1;3)$, $Q = (-5;4)$, $R = (-6;7)$.

Zadanie 2 (2p)

Suma drugiego, czwartego i szóstego wyrazu ciągu arytmetycznego jest równa 42, zaś suma kwadratów wyrazów drugiego i trzeciego jest równa 185. Wyznacz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.

Zadanie 3 (2p)

W trójkącie prostokątnym wysokość poprowadzona na przeciwprostokątną ma długość 10 cm, a promień okręgu opisanego ma długość 19 cm. Oblicz pole tego trójkąta.

Zadanie 4 (2p)

Wiedząc, że α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg} \alpha = 4\sqrt{3}$ oblicz wartość wyrażenia $\frac{\sqrt{3} + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$.

Zadanie 5 (3p)

W roku 2005 na uroczystości urodzin zapytano jubilata, ile ma lat. Jubilat odpowiedział: „Jeśli swój wiek sprzed 10 lat pomnożę przez swój wiek za 11 lat, to otrzymam rok mojego urodzenia”. Ułóż odpowiednie równanie, rozwiąż je i zapisz, w którym roku urodził się ten jubilat.

Zadanie 6 (3p)

Miary kątów trójkąta są w stosunku 1:2:3. Obwód koła opisanego na tym trójkącie jest równy 12π . Oblicz pole tego trójkąta.

Zadanie 7 (1p)

Ciąg $(\log_5 100, k, \log_5 0,25)$ jest arytmetyczny. Wobec tego k wynosi ?

Zadanie 8 (2p)

W ciągu arytmetycznym (a_n) wyraz (a_{29}) jest dwa razy większy od wyrazu (a_{15}) oraz $(a_{11}) \neq 0$. Wtedy iloraz $\frac{a_{31}}{a_{11}}$ jest równy?

Zadanie 9 (2p)

Wiedząc, że liczba $1 - \sqrt{3}$ jest pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^3 - 3x^2 + m$, wyznacz wartość parametru m .

Zadanie 10 (2p)

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = -(x-2)(x+1)$ w przedziale $(0;4)$.

Zadanie 11 (2p)

Prosta równoległa do jednego boku trójkąta dzieli jego pole na połowy. W jakim stosunku prosta ta dzieli pozostałe boki trójkąta?

Zadanie 12 (2p)

Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (a_n) wyraża się wzorem $S_n = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$ dla $n \geq 1$. Oblicz pierwszy wyraz ciągu i jego iloraz.

Zadanie 13 (4p)

Suma dwóch liczb jest równa \sqrt{m} , a ich różnica jest równa \sqrt{n} , gdzie m i n są dodatnimi liczbami całkowitymi. Wykaż, że iloczyn tych liczb jest liczbą wymierną.

Zadanie 14 (2p)

Liczbą odwrotną do liczby $a = \frac{\sqrt[3]{27^2} : 9^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{9}}$ jest?

Zadanie 15 (2p)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -(x-3)(x+3)$ określonej dla $x \in (1;4)$ jest przedział?

Zadanie 16 (2p)

Rozwiąż równanie $x^4 - 3x^2 = 3 - x^2$.

Zadanie 17 (2p)

Suma trzech początkowych wyrazów ciągu geometrycznego wynosi 26, różnica wyrazów czwartego i pierwszego wynosi 52. Oblicz piąty wyraz tego ciągu.

Zadanie 18 (3p)

Dany jest trapez, w którym podstawy mają długość 4 cm i 10 cm oraz ramiona tworzą z dłuższą podstawą kąty o miarach 30° i 45° . Oblicz wysokość tego trapezu.

Zadanie 19 (1p)

Ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym o ilorazie $q = 2$, w którym $a_1 + a_2 + a_3 = 17$. Suma $a_4 + a_5 + a_6$ jest równa?

Zadanie 20 (2p)

Pole rombu o kącie ostrym 60° jest równe $8\sqrt{3}$. Bok tego rombu ma długość?