

ZESTAW ZADAŃ DLA KLAS II – KONKURS M² – MARZEC
ROZWIĄZANIA DO 27.03.2015r. OPRACOWAŁA BARBARA SEREJKO

Zadanie 1

Znajdź wszystkie liczby całkowite spełniające warunek

$$-\frac{3}{5}\sqrt{3} < k < \frac{4}{5}\sqrt{3}$$

Zadanie 2

Zaznacz na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności:

$$|2 - x| > 4.$$

Zadanie 3

Cena roweru w pewnym sklepie w październiku była równa 2200 zł. W listopadzie cenę obniżono o 20%, a w grudniu podwyższono o 10%. O ile złotych należałoby podnieść cenę roweru po dwukrotnej zmianie ceny, aby wróciła do ceny początkowej?

Zadanie 4

Wykonaj działania. Wynik zapisz w postaci przedziału i zaznacz na osi liczbowej.

a) $(-6, 1) \cup (-7, \infty)$

b) $(-6\frac{1}{2}, -1\frac{4}{5}) \cap (-2\frac{3}{4}, 6\frac{1}{2})$

c) $(-4, -1) \setminus (-2, \infty)$

Zadanie 5

Zapisz wyrażenie $\frac{(x-1)(x^2+2x+1)}{x^2-1}$ w prostszej postaci i

oblicz jego wartość liczbową dla $x = \sqrt{5} - 1$.

Zadanie 6

Wyznacz dziedzinę funkcji określonej wzorem:

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2+x-2}.$$

Zadanie 7

Przesuwając odpowiednio wykres funkcji f danej wzorem $f(x) = -x^2$, naszkicuj wykres funkcji g określonej wzorem $g(x) = f(x-2) + 3$.

Zadanie 8

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f danej wzorem $f(x) = 3x^2 + bx + c$ są liczby -1 i 3 . Oblicz $b+c$.

Zadanie 9

Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu funkcji o wzorze $f(x) = -2x + 1$ i zawiera punkt $(-2, 3)$.

Zadanie 10

Funkcja określona wzorem $g(x) = -x^2 + bx - 25$ osiąga największą wartość dla argumentu 5 . Wyznacz współczynnik b .

Zadanie 11

Dana jest funkcja

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x - 2 & \text{dla } x \in (0; +\infty) \\ x^2 + 3x - 2 & \text{dla } x \in (-\infty; 0) \end{cases}$$

- Sporządź jej wykres.
- Podaj maksymalne przedziały, w których funkcja osiąga wartości nieujemne.
- Podaj maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca.

Zadanie 12

Dana jest funkcja $y = 2x^2 - 8x + 5$.

- Przedstaw wzór funkcji w postaci kanonicznej.
- Przedstaw wzór funkcji w postaci iloczynowej.
- Wyznacz wartość największą i najmniejszą tej funkcji w przedziale $\langle -1, 3 \rangle$.

Zadanie 13

Oblicz obwód trójkąta równobocznego, którego wysokość ma długość 9 .

Zadanie 14

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 6 i 8 . Oblicz długości środkowych wychodzących z wierzchołków kątów ostrych tego trójkąta

Zadanie 15

Dany jest trójkąt równoramienny, którego ramię ma długość 4 cm, a podstawa $4\sqrt{3}$ cm. Oblicz odległość środka podstawy od ramienia trójkąta.

Zadanie 16

Naciągnięty sznurek długości 20 m, na którego końcu zamocowany jest latawiec, tworzy z poziomem kąt 70° . Jak wysoko nad ziemią znajduje się latawiec?

Zadanie 17

Jaki kąt z powierzchnią ziemi tworzą promienie słoneczne, jeśli drzewo o wysokości 20 m rzuca cień długości 17 m?

Zadanie 18

Samolot zbliżający się do lotniska leci na wysokości 2400 m. By wylądować, będzie musiał schodzić w dół pod kątem 4° . Jak daleko od początku pasa startowego powinien rozpocząć ten manewr?

Zadanie 19

Dwa boki trójkąta mają długości 4 cm i 10 cm. Czy długość trzeciego boku może być równa 13 , (9) cm?

Zadanie 20

Przekątna prostokąta ma długość 10 , a obwód każdego z trójkątów, powstałych przez podział prostokąta przekątną, równa się 24 . Oblicz pole prostokąta.

ZESTAW ZADAŃ DLA KLAS III – KONKURS M² – MARZEC
ROZWIĄZANIA DO 27.03.2015r. OPRACOWAŁA URSZULA RZEPIŃSKA

Zadanie 1

Podaj najmniejszą liczbę naturalną spełniającą nierówność $n^2 < 10\pi - 7$ dla $\pi \approx 3,14$

Zadanie 2

Kwotę 12000zł podzielono na dwie części. Jedną część wpłacono do banku A na roczną lokatę oprocentowaną 3% w skali roku. Drugą część wpłacono do banku B na lokatę roczną oprocentowaną 3,5% w skali roku. W obu bankach od dopisanych odsetek został pobrany podatek w wysokości 20%. Jaka kwotę wpłacono do banku A, jeśli po roku z obu banków odebrano łącznie 12300zł?

Zadanie 3

Wyznacz dziedzinę funkcji f i naskicuj jej wykres.

a) $f(x) = \frac{2x-8}{\frac{x}{2}-x^2}$ b) $f(x) = \frac{4x}{\frac{x+2}{2}-x+2}$

Zadanie 4

Podaj dziedzinę i miejsce zerowe funkcji f .

$f(x) = \frac{x^2-9}{x+3}$ $f(x) = \frac{x}{x^2-16}$
 $f(x) = \frac{x^2-2}{(x-2)(x-5)}$ $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$
 $f(x) = \sqrt{2x-3}$ $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$
 $f(x) = \frac{\sqrt{x}(x-1)(x+2)}{x^2-9}$ $f(x) = \frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-3}}$

Zadanie 5

Narysuj wykres funkcji $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{dla } x \in (-\infty; -1) \\ |x| & \text{dla } x \in \langle -1; 2 \rangle \\ 3 & \text{dla } x \in (2, \infty) \end{cases}$

Zadanie 6

Rozważ układ równań: $\begin{cases} y = a_1x + b_1 \\ y = a_2x + b_2 \end{cases}$. Jakie warunki powinny spełniać współczynniki a_1, a_2, b_1, b_2 , aby układ był: nieoznaczony, oznaczony, sprzeczny?

Zadanie 7

Mamy 28m bieżących siatki ogrodzeniowej. Chcemy ogrodzić prostokątny ogródek przylegający jednym z boków do ściany domu. Jakie powinny być wymiary ogródka, aby jego powierzchnia była jak największa?

Zadanie 8

Określ stopień wielomianu $u + w$ w zależności od parametru a jeśli $u(x) = (a+1)x^3 - x^2 + 4x$, $w(x) = (a^2-1)x^4 + x^2 + 3$

Zadanie 9

Wyznacz współczynniki b, c trójmianu kwadratowego $y = x^2 + bx + c$, którego pierwiastkami są $-2\sqrt{2}, \sqrt{2}$.

Zadanie 10

Ile rozwiązań wśród liczb naturalnych mają równania: $xy = 13$ $xy = 16$ $xy = 36$?

Zadanie 11

Dla jakich wartości współczynnika a punkt $P\left(-1\frac{3}{4}, -2\frac{2}{3}\right)$ należy

do wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x+4}$

Zadanie 12

Znajdź pierwiastki równania:

$\frac{x+1}{x} = \frac{x+1}{2x+1}$
 $\frac{2x+1}{x^2-9} = \frac{3}{x-3}$
 $\frac{x}{x+2} - \frac{1}{2-x} = \frac{4}{x^2-4}$

Zadanie 13

Dla jakich wartości parametru m dane proste są równoległe, a dla jakich prostopadłe: $mx + (m-1)y + 3$, $(m-1)x + (m+2)y = 7$

Zadanie 14

Zapisz liczby w kolejności od najmniejszej do największej: $4^{\frac{\sqrt{3}}{2}}, 8^{\frac{1}{2}}, 16^{\frac{\sqrt{2}}{4}}, 32^{\frac{\pi}{10}}, 256^{\frac{1}{4}}$.

Zadanie 15

Przedstaw wyrażenie $\frac{1}{2} \log 4x^4 + \frac{1}{3} \log 8x^6 + 0,25 \log 16x^8 - 3$ w postaci logarytmu pewnej liczby.

Zadanie 16

Które wyrazy ciągu $a_n = \frac{n^3 - 4n^2 + n - 4}{2n^2 + 4}$ są równe zeru?

Zadanie 17

Oblicz n -ty wyraz ciągu arytmetycznego, oraz określ monotoniczność tego ciągu mając dane $a_1 = -5$, $r = 3$, $n = 14$

Zadanie 18

Z miasta A do miasta B, oddalonego od A o 140km, wyjechał rowerzysta, który przez pierwszą godzinę przejechał 10km, a przez każdą następną o 2 km więcej niż w ciągu godziny poprzedniej. Jednocześnie z miasta B w stronę miasta A wyjechał drugi rowerzysta, który przez pierwszą godzinę jechał 12km, a przez każdą następną o 1km więcej niż w ciągu poprzedniej. Po jakim czasie rowerzyści spotkali się?

Zadanie 19

Firma X zaciągnęła w banku kredyt wysokości 10000zł. Co roku bank nalicza odsetki w wysokości 10%. Kredyt wraz z odsetkami ma być spłacony jednorazowo po n latach. Na ile lat został zaciągnięty kredyt, jeśli firma X będzie miała spłacić 13310zł?

Zadanie 20

W okręgu o środku O poprowadzono cięciwę AB. Jeden z kątów trójkąta AOB ma miarę 96° . Wyznacz miarę kąta zawartego między cięciwą AB a styczną do okręgu poprowadzoną w punkcie A.

ZESTAW ZADAŃ DLA KLAS IV – KONKURS M² – MARZEC
ROZWIĄZANIA DO 27.03.2015r. OPRACOWAŁ ROBERT STĘPIEŃ

Zadanie 1

Ile ścian ma graniastosłup prawidłowy o siedemdziesięciu dwóch krawędziach?

Zadanie 2

Oblicz pole powierzchni obszaru na płaszczyźnie będącego częścią wspólną okręgu o równaniu $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$, oraz półpłaszczyzny $y > x$.

Zadanie 3

Wybrano trzy dowolne wierzchołki dwunastokąta foremnego i zbudowano na nich trójkąt.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie to trójkąt równoramienny?

Zadanie 4

Oblicz prawdopodobieństwo, że trójkąt z zadania 3 będzie trójkątem prostokątnym?

Zadanie 5

Wybierając tak, jak w zadaniu 3 oblicz, jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania trójkąta równobocznego?

Zadanie 6

Wyznacz pole powierzchni trójkąta równobocznego zbudowanego na trzech wierzchołkach dwunastokąta foremnego o krawędzi równej 3 cm.

Zadanie 7

Długości krawędzi prostopadłościanu stanowią ciąg arytmetyczny. Najkrótsza z nich wynosi 3 cm. Oblicz objętość tego prostopadłościanu jeśli wiadomo, że jego pole powierzchni całkowitej to 169 cm^2 .

Zadanie 8

Ile płaszczyzn można poprowadzić przez sześć punktów, z których żadne cztery nie leżą na jednej płaszczyźnie?

Zadanie 9

Rzucamy cztery razy kostką do gry. Obliczyć prawdopodobieństwo wyrzucenia za każdym razem innej liczby oczek.

Zadanie 10

Oblicz wysokość czworościanu foremnego o krawędzi równej 9cm.

Zadanie 11

Wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $x^3 - x^2 - 2x + 2 > 0$

Zadanie 12

Oblicz jaką część objętości sześcianu stanowi objętość czworościanu foremnego o tej samej krawędzi?

Zadanie 13

Rozwiąż równanie $1 + 4 + 7 + 10 + 13 + \dots + x = 117$

Zadanie 14

Wyznacz parametr wymierny m , w taki sposób, żeby liczba m była jednocześnie pierwiastkiem wielomianu $w(x) = 10x^3 - 5x^2 - 2x + m$

Zadanie 15

Wykaż, że parametr m z zadania 14 nie może być liczbą całkowitą.

Zadanie 16

Sprawdź, czy wielomian $3x^{30} - 3x^3 + 3x - 3$ dzieli się bez reszty przez $x + 1$

Zadanie 17

Wyznacz sumę wszystkich nieparzystych dzielników liczby 78848

Zadanie 18

Ile liczb pierwszych spełnia nierówność $x(x + 5) < 150$?

Zadanie 19

W parzystej liczbie dwucyfrowej mniejszej od 30 cyfra dziesiątek jest o cztery mniejsza od cyfry jedności. Jaka to liczba?

Zadanie 20

Na stole leżą 3 okrągłe monety parami styczne do siebie. Odległości pomiędzy środkami tych monet wynoszą 6 cm, 5cm i 7cm. Oblicz średnice tych monet.